第16講　微分係数と導関数

PART1 平均の速さ，平均変化率

要点 ① 平均の速さ

ある条件のもとで，物体が落下し始めてから x 秒間に落下する距離を ym とすると，x と y の関係が

$$y = 5x^2$$

となる。このとき，物体は落下し始めてから

1 秒後には　$5 \cdot 1^2 = 5$ (m)

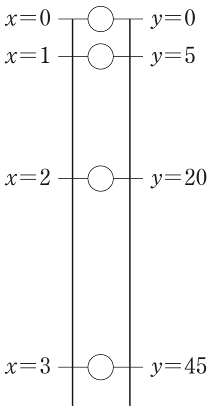
2 秒後には　$5 \cdot 2^2 = 20$ (m)

3 秒後には　$5 \cdot 3^2 = 45$ (m)

落下する。またこのとき，落下し始めて 2 秒後から 3 秒後までの「平均の速さ」は

$$\underline{\qquad\qquad} = \frac{25}{1} = 25 \text{ (m/s)}$$

である。



※落下する物体の速さは，時間とともに変化する。上記の例では，2 秒後から 3 秒後までの 1 秒間における平均の速さを求めたが，この 1 秒間という時間を限りなく短くしていくと，その時々における「瞬間の速さ」を求めることができ

2 秒後における瞬間の速さは 20m/s

3 秒後における瞬間の速さは 30m/s

となる。

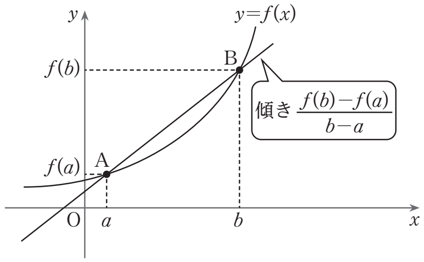
要点 ② 平均変化率

関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき，関数の値は $f(a)$ から $f(b)$ まで変化する。このとき，x の値の変化に対する関数 $f(x)$ の「変化の割合」

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

を，$x=a$ から $x=b$ までの関数 $f(x)$ の「　　　　　」という。

この平均変化率は，$y=f(x)$ のグラフ上の 2 点 A$(a,\ f(a))$，B$(b,\ f(b))$ を通る「　　　　　」を表している。



例　関数 $f(x)=x^2$ において，x が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率は

$$\underline{\qquad\qquad}=\frac{3^2-1^2}{3-1}=\frac{8}{2}=4$$

であり，この値は，2 点 $(1,\ 1)$，$(3,\ 9)$ を通る直線の傾きを表している。

1 関数 $f(x)=-3x^2$ において，x の値が次のように変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

(1)　-1 から 2 まで

(2)　1 から $1+h$ まで　$(h \neq 0)$

Point Pickup

平均変化率

関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

この平均変化率は，2 点 $(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$ を通る直線の傾きを表している。

第 16 講　PART1 確認問題

1　関数 $f(x)=2x^2$ において，x の値が 1 から 4 まで変化するときの平均変化率は [アイ] である。

2　関数 $f(x)=2x^2$ において，x の値が 1 から $1+h$ $(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率は [ウ] $h+$ [エ] である。

第 16 講　微分係数と導関数

PART1　平均の速さ，平均変化率

1　関数 $f(x)=-3x^2$ において，x の値が次のように変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

(1)　-1 から 2 まで　　(2)　1 から $1+h$ まで　$(h \neq 0)$

[解答]

(1)　$\dfrac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=\dfrac{-3\cdot2^2-\{-3\cdot(-1)^2\}}{3}=\dfrac{-12+3}{3}=-3$

(2)　$\dfrac{f(1+h)-f(1)}{(1+h)-1}=\dfrac{\{-3(1+h)^2\}-(-3\cdot1^2)}{h}=\dfrac{(-3-6h-3h^2)-(-3)}{h}=\dfrac{-3h^2-6h}{h}$

$=\dfrac{h(-3h-6)}{h}=-3h-6$

第16講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] アイ：10

[解説]

x の値が 1 から 4 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率は

$$\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{2\cdot4^2-2\cdot1^2}{3}$$ [A]

$$=\frac{32-2}{3}$$

$$=\mathbf{10}$$

[A]　平均変化率
関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
これは，2 点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$，$\mathrm{B}(b,\ f(b))$ を通る直線の傾きを表している。

2

[正解] ウ：2，エ：4

[解説]

x の値が 1 から $1+h$ まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率は

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{(1+h)-1}=\frac{2(1+h)^2-2\cdot1^2}{h}$$ [B]

$$=\frac{2\left(1+2h+h^2\right)-2}{h}$$

$$=\frac{2h^2+4h}{h}$$

$$=\frac{h(2h+4)}{h}$$

$$=\boldsymbol{2h+4}$$

[B]　平均変化率
関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$